

## Попытка проектирования равнопрочного моста

Данное исследование продолжает и развивает тему расчётной схемы моста, начатую в статье «Дважды статически неопределимая неразрезная балка», однако ставит целью проектирование относительно равнопрочной конструкции, то есть коэффициенты запаса должны быть равны в двух самых опасных точках.

Полагая материал одинаково работающим на растяжение и сжатие, задачу можно свести к достижению равенства максимальных моментов по модулю.

Опора (бык) С занимает определённое положение, а опору В надо расположить в оптимальном месте из условия равнопрочности конструкции.

Расчётная схема имеет вид Рис. 1. Необходимо найти множитель  $k$  ( $0 < k < 3$ ) из условия равенства по модулю моментов над опорой В и в точке экстремума на участке АВ.

Выбирая основную систему с шарнирами, врезанными над опорами В и С, строим эпюры внешних сил и единичных моментов. Все эти операции были подробно рассмотрены в предыдущей статье и здесь не повторяются. Обобщённые перемещения для данной задачи имеют вид:

$$\delta_{11} = l; \quad \delta_{12} = \frac{1}{6}(3-k)l; \quad \delta_{22} = \frac{1}{3}(4-k)l; \quad \delta_{1F} = \frac{1}{24}[k^3 + (3-k)^3]ql^3; \quad \delta_{2F} = \frac{1}{24}[1 + (3-k)^3]ql^3$$

Решая систему канонических уравнений, получаем:

$$X_1 = \frac{2[k^3 + (3-k)^3](4-k) - [1 + (3-k)^3](3-k)}{4[12(4-k) - (3-k)^2]}ql^2$$

$$X_2 = \frac{6[1 + (3-k)^3] - (3-k)[k^3 + (3-k)^3]}{4[12(4-k) - (3-k)^2]}ql^2$$

Эквивалентная система после замены связей на реакции имеет вид Рис. 2.

Составляя последовательно сумму моментов слева от шарнира В, справа от С, слева от С и сумму сил на вертикаль, находим реакции:

$$R_1 = \frac{1}{kl} \left[ q \frac{(kl)^2}{2} - X_1 \right]$$

$$R_4 = \frac{1}{2}ql^2 - X_2$$

$$R_2 = \frac{1}{(3-k)l} \left[ q \frac{(3l)^2}{2} - R_1 \cdot 3l - X_2 \right]$$

$$R_3 = 4ql - R_1 - R_2 - R_4$$

Координата и величина экстремума на участке АВ определяются соответственно по формулам

$$z^* = \frac{R_1}{k \cdot q}; \quad M^* = \frac{1}{2}q \cdot z^{*2}$$

Момент  $M^*$  сжимает верхние слои, момент  $X_1$  над опорой В – нижние. Таким образом, требуется найти корни функции

$$f(k) = M^* + X_1 \tag{1}$$

Аналитическое решение данного уравнения относительно  $k$  требует определения корня функции шестого порядка. Поэтому приходится прибегнуть к численному решению. Графики функций во всем диапазоне изменения  $k$  показаны на Рис. 3.

Видно, что зелёная кривая имеет максимум, приближаясь к оси. Однако Рис. 4 позволяет убедиться, что уравнение (1) в интересующем нас диапазоне корней не имеет. Экстремум достигается при  $K = 1.858$ .

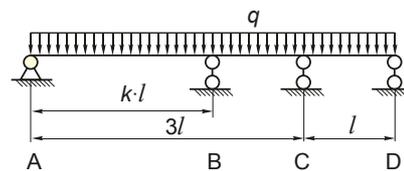


Рис. 1

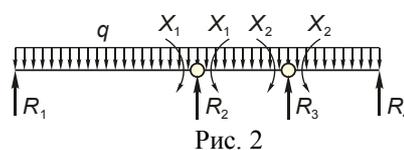


Рис. 2

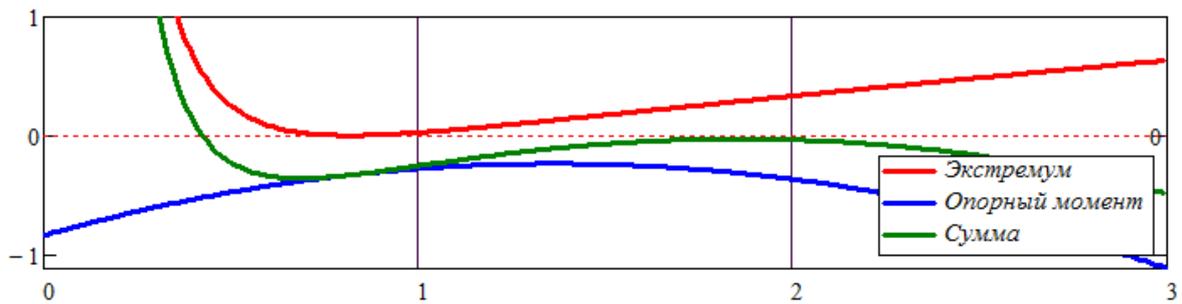


Рис. 3

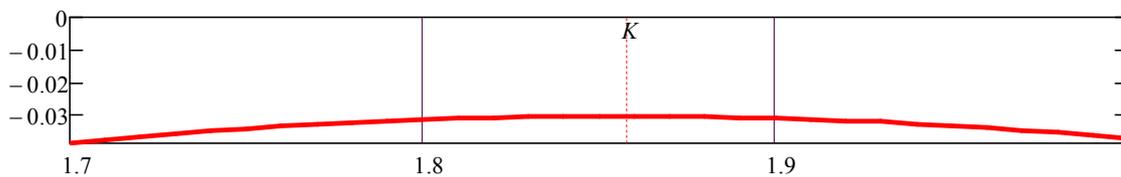


Рис. 4

Значения моментов  $M^*(K) = 0.287 \cdot ql^2$ ,  $X_1(K) = -0.318 \cdot ql^2$ . Относительная погрешность модулей составляет всего 2.52%.

Упругая ось показана на Рис. 5.

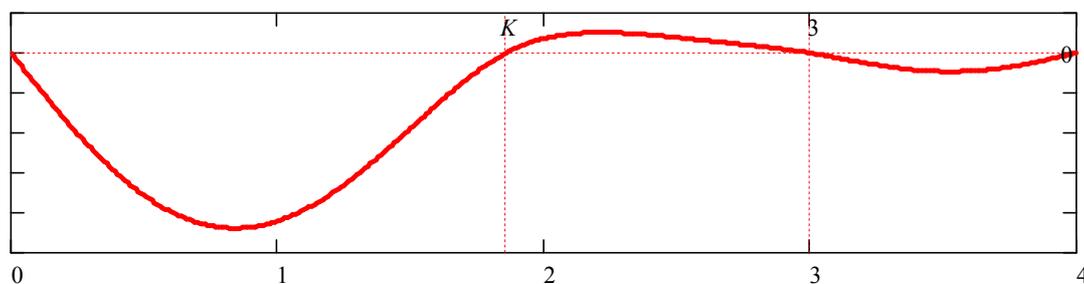


Рис. 5

Таким образом, опору В следует располагать на расстоянии  $1.858 \cdot l$  от левого берега. И хотя даже относительной равнопрочности достичь не удалось, её можно обеспечить с погрешностью в 2.52%.