



Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра РК5 «Прикладная механика»

РАБОТА № 14  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ  
ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

**Цель работы:** ознакомление с методикой исследования концентрации напряжений поляризационно-оптическим методом на примерах изгиба стержня с выточкой и сжатия плоского диска.

Поляризационно-оптический метод обладает рядом достоинств по сравнению с другими методами экспериментального исследования напряженного состояния. К ним относятся:

- непрерывная наглядная картина распределения напряжений (при тензометрии картина дискретная, деформации измеряются только там, где наклеены тензорезисторы),
- определенная картина в **точке** (в случае тензорезистора происходит осреднение по длине базы),
- исследуемое место не обязательно находится на поверхности.

Вместе с тем у метода есть и недостатки:

- исследуется не сам нагруженный объект, а модель,
- модель необходимо должна быть плоской, иначе на оптическую разность хода лучей, связанную с упругими характеристиками, накладывается геометрическая разность хода.

#### Характеристика лабораторной установки

Поляризационная установка (полярископ), принципиальная схема которой приведена на рис. 14.1, состоит из следующих основных элементов: 1 - источник света; 2 - поляризатор; 3, 5 - пластинки в четверть волны; 4 - модель; 6 - анализатор; 7 - экран (фотопластинка). Нагружающее устройство рычажного типа (рис. 14.2) с соотношением плеч рычагов равным 10.

#### Краткие теоретические сведения

В основе поляризационно-оптического метода исследования напряжённого состояния лежит использование так называемого “пьезооптического эффекта”, т.е. способности некоторых прозрачных материалов (стекло, эпоксидные смолы и некоторые другие полимеры) приобретать свойство двойного лучепреломления под действием нагрузки. Связь оптических свойств с механическим нагружением модели часто обозначают понятием «фотоупругость». При исследовании модели из оптически активного материала в плоскополяризованном свете, который создается при помощи поляризатора  $P$  световой вектор  $I_1$  в каждой точке нагруженной модели разлагается на две составляющие  $I_2'$  и  $I_2''$ , направления которых совпадают с направлениями главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  (рис. 14.5).

Эти составляющие проходят пластину с разными скоростями и на выходе получают разность хода  $\delta$  (векторы  $I_3'$  и  $I_3''$ ). С помощью анализатора  $A$ , оптическая ось которого перпендикулярна оптической оси поляризатора, световые волны сводятся в одну плоскость и интерферируют векторы  $I_4'$  и  $I_4''$ . Интенсивность света  $I$ , попадающего на экран  $\mathcal{E}$ , определяется соотношением

$$I = ka^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi\delta}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $k$  - коэффициент пропорциональности;

$a$  - амплитуда светового вектора;

$\theta$  - угол, определяющий направление светового вектора и главных напряжений относительно системы координат. Его называют параметром изоклины;

$\delta$  - оптическая разность хода лучей;

$\lambda$  - длина волны монохроматического света.

Из выражения (1) следует, что наименьшая интенсивность света в данной точке модели может наблюдаться в трех случаях:

а)  $\sin 2\theta = 0$ , или  $\theta = \frac{\pi m}{2}$ . В точках  $m = 0, 1, 2, \dots$  направление вектора  $I_1$  (рис. 14.5) совпадает с направлением одного из главных напряжений. Линии, соединяющие эти точки, называются изоклинами.

б)  $\sin \frac{\pi \delta}{\lambda} = 0$  или  $\delta = n\lambda$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Линии, вдоль которых оптическая разность хода постоянна, называются изохромами, или полосами. Поэтому величина  $n$  носит название порядка полосы. В пределах упругости выполняется закон Вертгейма: оптическая разность хода пропорциональна разности главных напряжений в данной точке

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{n\lambda}{c_\sigma t} = \frac{\sigma_0 n}{t}, \quad (2)$$

где  $c_\sigma$  - постоянная материала;

$t$  - толщина модели, мм;

$\sigma_1, \sigma_3$  - главные напряжения в точках модели;

$\sigma_0 = \frac{\lambda}{c_\sigma}$  - постоянная для данной изохромы ( $\lambda = \text{const}$ ). Она определяется из опыта на

модели стандартной толщины 10 мм.

Часто в выражении (2) используют постоянную

$$\sigma_{0t} = \frac{\sigma_0}{t},$$

которую называют ценой полосы модели. Она показывает, на сколько меняется разность главных напряжений при изменении порядка изохром на единицу. Так как  $\sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau_{\max}$ , изохромы являются линиями постоянных значений максимальных касательных напряжений  $\tau_{\max}$ . С другой стороны  $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{\text{ЭКВ}}$ . Таким образом, полосы одновременно являются линиями одинаковых эквивалентных напряжений по теории Треска-Сен-Венана. Этим во многом и определяется высокая эффективность метода фотоупругости при решении практических задач.

в)  $\sigma = 0$ , или  $\sigma_1 - \sigma_3 = 0$ . Точки, в которых соблюдается это условие, называются изотропными точками. К ним относятся такие точки или области, в которых напряжения отсутствуют.

Таким образом при просвечивании нагруженной модели плоскополяризованным светом на экране установки видны две системы линий: изохромы и изоклины, а также изотропные точки (области).

**Расшифровка интерференционной картины.** При анализе напряженного состояния в модели методом фотоупругости нужно получить распределения изоклин и изохром отдельно друг от друга. Для их разделения модель просвечивают белым светом. Тогда условие  $\delta = n\lambda$  выполняется в каждой точке только для определенной длины волны  $\lambda$ , а другие световые волны проходят с той или иной степенью интенсивности. Поэтому на экране изохромы видны цветными (отсюда название изохром - линии одного цвета), а изоклины остаются темными, т.к. они от длины волны не зависят.

Поскольку изоклины указывают направление главных напряжений и могут быть использованы для их определения, то в процессе эксперимента их зарисовывают или фотографируют. Синхронно поворачивая скрещенные под углом  $90^\circ$  поляриды на определенный угол от первоначального положения, получают изоклину параметра  $\theta$ . При изменении угла от нуля до  $90^\circ$  с шагом  $10-15^\circ$  строится поле изоклин для всей модели. На рис. 14.6 слева изображены изоклины для плоского диска, сжатого по диаметру.

Для получения изохром отдельно от изоклин используют круговой полярископ, в котором

Экспериментальное исследование концентрации напряжений поляризационно-оптическим методом устанавливаются две пластинки в четверть волны. Они изготовлены из материала, обладающего естественной оптической анизотропией, то есть обеспечивают оптическую разность хода двух плоскополяризованных во взаимно перпендикулярных направлениях лучей в ненагруженном состоянии. Толщина пластинок подбирается таким образом, чтобы эта разность хода составляла четверть длины волны. Тогда на выходе из пластинки будут складываться два сдвинутых по фазе на  $\frac{\pi}{2}$  колебания, что заставит результирующий вектор вращаться со световой частотой. Оптические оси пластинок в четверть волны установлены под углом  $45^\circ$  к осям поляризатора и анализатора. Первая пластинка преобразует плоскополяризованный свет в свет, поляризованный по кругу, для которого интенсивность не зависит от направления главных напряжений. Следовательно, в круговом полярископе отсутствуют условия для образования изоклин. Вторая пластинка компенсирует разность хода, приобретенную за счет первой, поэтому на анализатор попадают два луча света, имеющие сдвиг по фазе только вследствие двойного лучепреломления испытываемой модели.

Картина полос в сжатом диске приведена на рис 14.6. Изотропные точки от изоклин можно отличить при вращении поляроидов: изоклины при этом будут смещаться, а изотропные точки останутся на месте.

**Определение разности главных напряжений методом полос.** Его название указывает на способ определения оптической разности хода путем наблюдения за изменением картины изохром на экране полярископа при нагружении модели или в результате анализа соответствующей фотографии. Метод применим для материалов, обладающих высокой оптической чувствительностью (эпоксидные смолы ЭД-16, ЭД-20, ОАСО).

Из закона Вертгейма следует, что для определения величины  $\sigma_1 - \sigma_3$  необходимо знать порядок полосы в точке и оптическую постоянную  $\sigma_0$ .

Существуют несколько способов определения порядка полосы  $n$ .

1. Наиболее надежным является наблюдение за образованием картины изохром в процессе нагружения модели. Для более точного определения величины  $n$  в данной точке при заданной нагрузке  $F$  следует построить график  $n = f(F)$ , имеющий вид прямой линии.

2. При наличии в модели изотропной точки области подсчет полос ведется от нее, как от полосы нулевого порядка.

3. В моделях, имеющих выступающие углы, подсчет изохром удобно вести от них, т.к. напряжения, а следовательно, и порядок полос в этих точках равны нулю.

#### Определение оптической постоянной

Величину  $\sigma_0$  можно определить путем испытания моделей, для которых имеется теоретическое решение (растяжение, чистый изгиб стержней, диск, сжатый по диаметру). Например, для растянутого образца.

$$\sigma_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{bt}; \quad \sigma_3 = 0$$

используя (2) получаем

$$\sigma_0 = \frac{F}{bn}.$$

При чистом изгибе (используется коромысло, стержень прямоугольного поперечного сечения)

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{W_x} = \frac{3Fl}{B^2t}, \quad \sigma_3 = 0$$

из (2) имеем 
$$\sigma_0 = \frac{3Fl}{B^2n}$$

Экспериментальное исследование концентрации напряжений поляризационно-оптическим методом где  $n$  - порядок полосы на наружном контуре модели.

Для диска, сжатого по диаметру, решение не может быть получено методами сопротивления материалов, оно дается в теории упругости (рис. 14.6, центр диска):

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{8F}{\pi dt} = \frac{\sigma_0 n}{t}$$

откуда имеем:

$$\sigma_0 = \frac{8F}{\pi dn},$$

где  $d$  - диаметр диска;

$n$  - порядок полос в центре диска.

Этот способ является более точным, т.к. при неоднократном использовании моделей в них возникает так называемый “краевой эффект” (изменение оптической разности хода вследствие старения материала, особенно заметное у поверхности модели). Порядок полос в центре диска практически не зависит от “краевого эффекта”.

Для более точного определения величины  $\sigma_0$  следует во всех случаях пользоваться графиками  $n = f(F)$ .

**Определение напряжений на свободном контуре модели.** На свободном контуре одно из главных напряжений равно нулю, а другое  $\sigma_K$  направлено по касательной к контуру. Оно может быть найдено из выражения (2):

$$\sigma_K = \frac{\sigma_0 n}{t},$$

Так как во многих случаях (изгиб, внецентренное растяжение-сжатие и т.д.) максимальные напряжения возникают именно на контуре, поляризационно-оптический метод позволяет определять их, используя лишь картину полос. Знак контурного напряжения часто может быть определен из условия нагружения моделей. Например, при изгибе балки всегда можно отделить растянутую область от сжатой. Изотропные точки, находящиеся на контуре, являются точками, в которых напряжения равны нулю. Они разделяют зоны растяжения и сжатия. Это позволяет определить знак контурного напряжения в любой точке модели, если он известен хотя бы для одной из областей.

В тех случаях, когда знак контурного напряжения из условий нагружения установить не удастся, прибегают к специальным методам или используют специальные приборы-компенсаторы.

**Определение теоретического коэффициента концентрации при растяжении и изгибе.**

Теоретический коэффициент концентрации напряжений находится из выражения  $K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{НОМ}}}$ , где

максимальное напряжение в зоне концентрации напряжений  $\sigma_{\max}$  определяется методом фотоупругости.

Например, в растянутом образце максимальные напряжения возникают в сечении 2-2. При чистом изгибе модели опасным также является сечение 2-2. Номинальное напряжение  $\sigma_n$  для образца, работающего на растяжение, вычисляется по формуле:

$$\sigma_{\text{НОМ}} = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{F}{bt},$$

При чистом изгибе образца:

Экспериментальное исследование концентрации напряжений поляризационно-оптическим методом

$$\sigma_{НОМ} = \frac{M_x}{W_{x\min}} = \frac{3Fl}{b^2t},$$

Переход от модели к реальной детали. Модели для исследования напряженного состояния поляризационно-оптическим методом изготавливают с соблюдением подобия формы и размеров по отношению к реальной детали. Пересчет напряжений с модели М на деталь Д при известных внешних нагрузках производится по формуле:

$$\sigma_D = \frac{t_M l_M}{t_D l_D} \cdot \frac{F_D}{F_M} \cdot \sigma_M,$$

В случае геометрического подобия модели и детали удобнее использовать критерий подобия в виде безразмерного напряжения  $\bar{\sigma}$  (по аналогии с вычислением коэффициента концентрации напряжений):

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_M}{\sigma_{МНОМ}},$$

где  $\sigma_M$  - напряжение в исследуемой точке модели;

$\sigma_{МНОМ}$  - номинальное напряжение в модели, определяемое по формулам сопротивления материалов.

Тогда напряжение в соответствующей точке детали находится из выражения:

$$\sigma_D = \bar{\sigma} \cdot \sigma_{ДНОМ},$$

где  $\sigma_{ДНОМ}$  - номинальное напряжение в детали.

Помимо указанных факторов при моделировании следует учитывать влияние упругих постоянных модели и природы (модуль упругости и коэффициент Пуассона). Однако, это обстоятельство во многих случаях не является существенным.

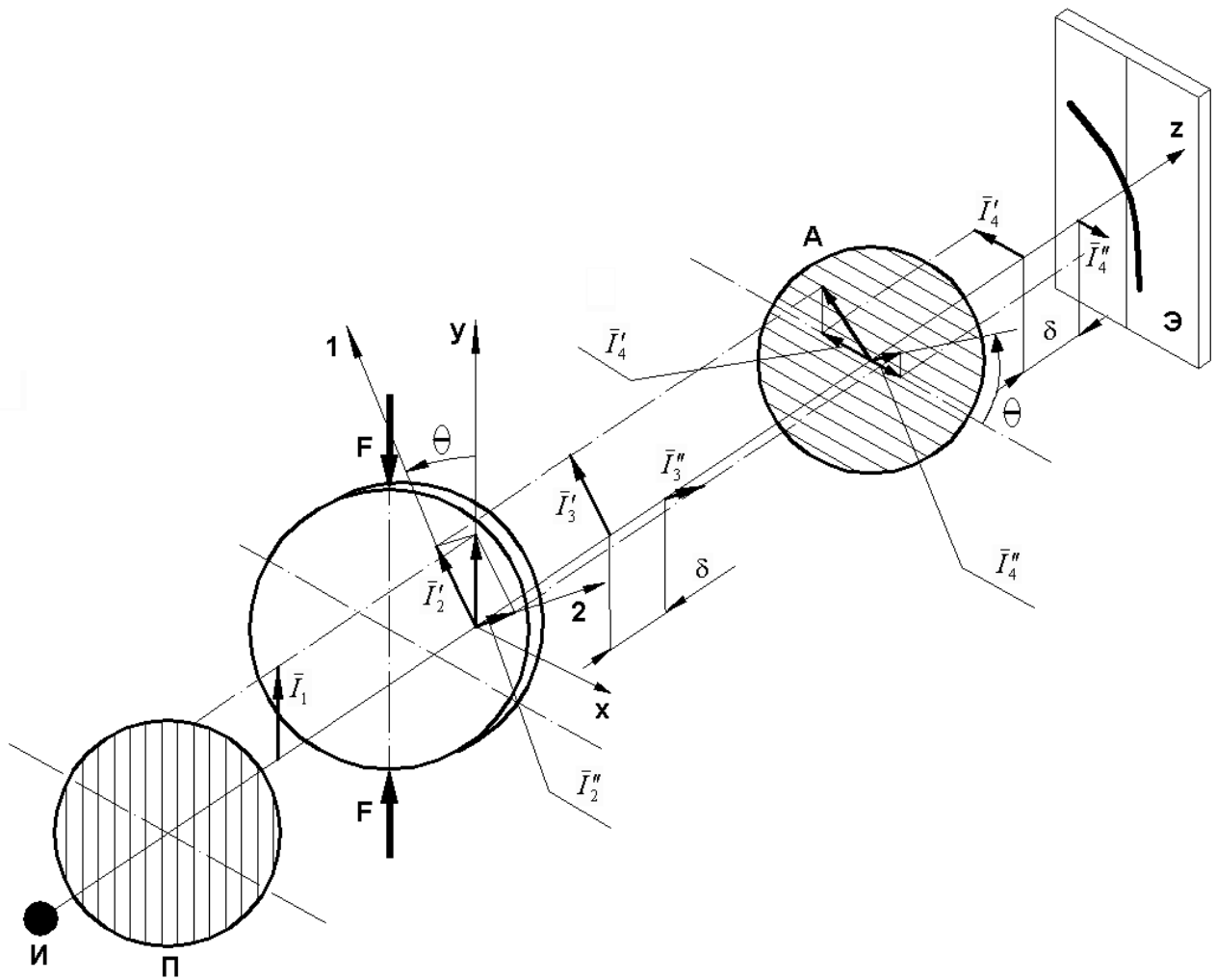


Рис. 14.5

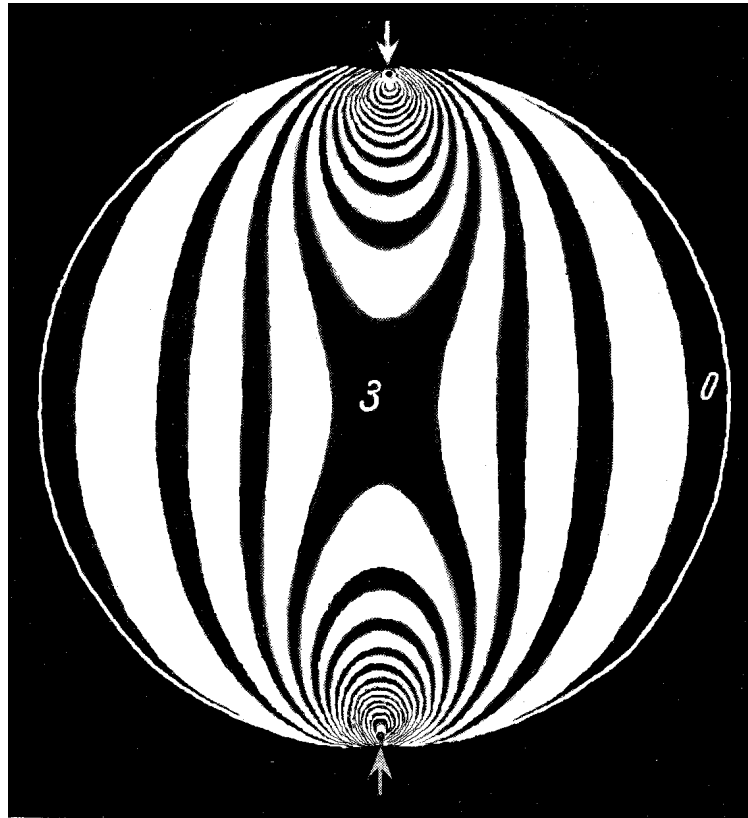


Рис. 14.6

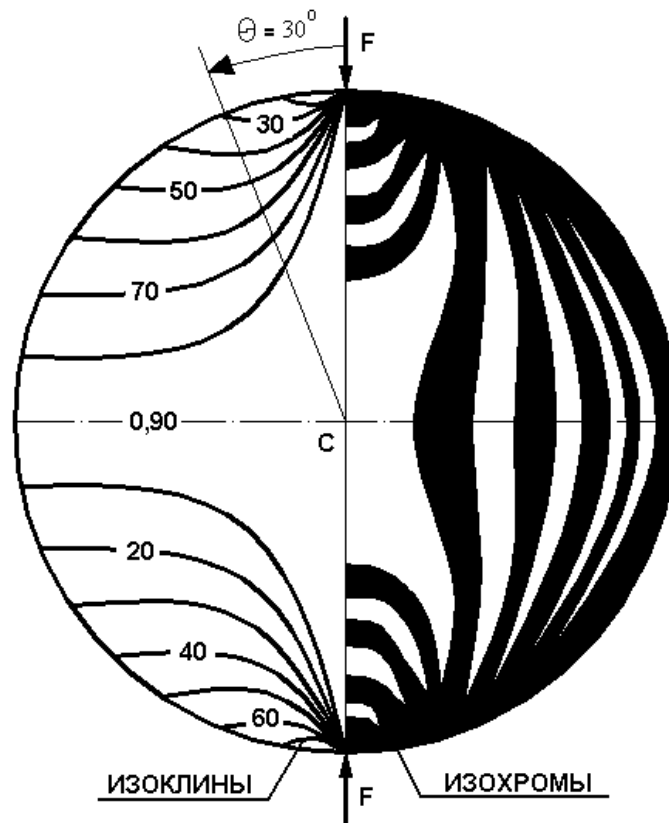


Рис. 14.7



## Порядок выполнения работы

### I. Демонстрационная часть

1. Установить модель (плоский диск) в нагружающее устройство полярископа и включить его. Нагрузить модель произвольной силой, при которой отчетливо видны изохромы и изоклины (пластинки в четверть волны должны быть подняты). Пояснить изображение модели (диска) на экране, показать изохромы и изоклины.
2. Синхронно вращая поляризатор и анализатор, показать перемещение изоклин по изображению модели (изохромы не перемещаются). Пояснить, что этот факт указывает на связь направлений оптических осей и направлений главных напряжений в точках изоклины.
3. Опустить обе пластинки в четверть волны – продемонстрировать исчезновение изоклин с изображения модели. Показать, что синхронное вращение поляризатора и анализатора в этом случае не изменяет изображения модели.

### II. Экспериментальная часть

1. Нагрузить диск так, чтобы изохрома первого порядка зеленого цвета разместилась в центре диска. Записать это значение нагрузки в лабораторный журнал.
2. Последовательно нагружать диск так, чтобы изохромы второго, третьего и т. д. порядка размещались в центре диска. Записывать значения нагрузки, соответствующие указанным состояниям. Разгрузить модель и убрать ее из полярископа
3. Определить среднюю величину нагрузки, соответствующую увеличению порядка полосы на единицу и вычислить оптическую постоянную.
4. Установить в нагрузочное приспособление вторую модель, (стержень прямоугольного сечения с концентратором напряжений).
5. На стержень установить коромысло, для обеспечения чистого изгиба в средней части длины стержня.
6. Нагрузить модель силой  $F = 300 \text{ Н}$  (3 кг на длинном плече рычага), подсчитать порядок изохромы в месте концентратора (порядок изохромы примерно равен 7). Нулевой порядок изохромы соответствует нейтральному слою модели.
7. Подсчитать величину максимального напряжения, используя полученное ранее значение оптической постоянной.
8. Подсчитать номинальное напряжение и определить коэффициент концентрации напряжений.
9. Сравнить теоретическое значение коэффициента концентрации с полученным экспериментальным.