Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра РК5 «Прикладная механика»

РАБОТА № 10
ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В СТЕРЖНЕ ПРИ СОВМЕСТНОМ ИЗГИБЕ И КРУЧЕНИИ МЕТОДОМ ТЕНЗОМЕТРИИ

Цель работы: Определение величин главных напряжений и положения главных осей в точке поверхности стержня при его совместном изгибе и кручении методом электротензометрии.

Характеристика лабораторной установки

Основным элементом лабораторной установки (рис. 10.1) является трубчатый стержень, нагружаемый изгибающим и крутящим моментами.

В точке А сечения I приклеены три тензорезистора для измерения деформации (рис. 10.4).

Измеряется деформация при помощи электронного измерителя деформаций. Для градуировки шкалы электронного измерителя деформации в конструкции установки предусмотрена возможность установки шарнирной опоры на свободном крае стержня, в этом случае стержень нагружается только крутящим моментом.

Геометрические параметры установки:

D = 57 мм, h = 1мм, l_I = 300 мм, a = 450 мм.

Соответственно геометрические характеристики сечения

Wx = 2550 мм^3, Wк = 5100 мм^3.

Краткие теоретические сведения

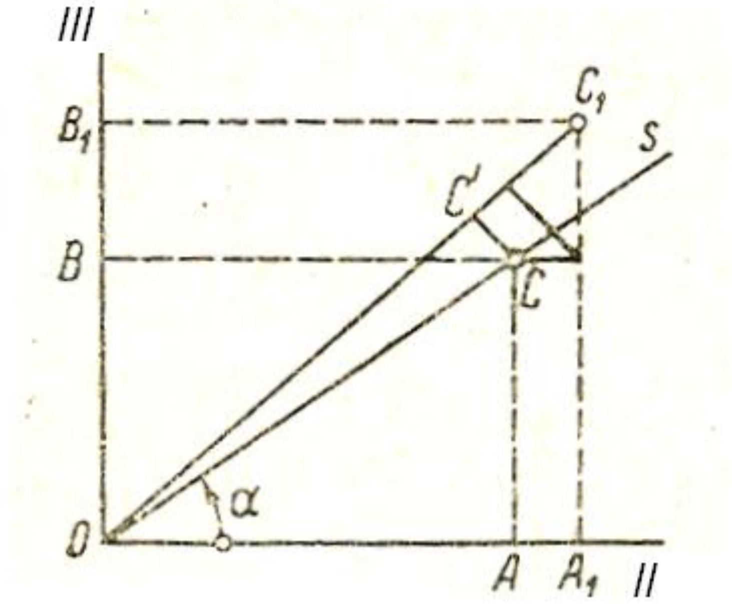
Определение величины и направления главных напряжений методом электротензометрии.

Метод электротензометрии основан на измерении деформаций при помощи тензорезисторов. Чувствительным элементов каждого тензорезистора является проводник, который плотно наклеивается на исследуемый элемент и деформируется вместе с ним. Изменение геометрических параметров проводника ведет к изменению его электрического сопротивления, что меняет ток в цепи, в которую включен проводник. Это пропорциональное деформации изменение тока и фиксируется измерителем деформаций. Обычно включение тензорезистора в прибор производится по мостовой схеме с применением компенсационного тензорезистора, что позволяет исключить влияние внешней температуры, которая может существенно изменить электрическое сопротивление (при компенсационной схеме это не имеет значения, так как оба тензорезистора работают при одной температуре).

В любой точке поверхности тела, нагруженного произвольным образом, возникает плоское напряженное состояние (при отсутствии силового воздействия на поверхность тела). При этом одна главная площадка и главное напряжение известно: $\sigma^{I}_{гл} = 0$, а величины и направления двух других главных напряжений необходимо найти; таким образом, стоит задача определения трех величин: двух значений главных напряжений и угла между исходными и главными осями.

Для ее решения необходимы три уравнения, поэтому нужно измерить деформации в направлении трех осей u, υ, z, проходящих через заданную точку А. Эти деформации измеряются с помощью трех тензорезисторов, наклеенных в исследуемой точке (рис. 10.4). Следует подчеркнуть, что напряженное и деформированное состояние в общем случае нагружения меняется от точки к точке, поэтому тензорезистор фиксирует среднюю деформацию в точках, соответствующих его базе. Во избежание значительных погрешностей следует выбирать тензорезистор таким образом, чтобы его база была существенно меньше градиента изменения деформаций. В нашем случае это достигается тем, что база тензорезистора мала по сравнению с геометрическими размерами исследуемого объекта.

Деформация в произвольном направлении связана с деформациями в направлении главных осей простым геометрическим соотношением.



$\varepsilon_s = \varepsilon_{II} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{III} \sin^2 \alpha$,

где α - угол между осями II и s.

После простого тригонометрического преобразования получаем

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}}{2} + \frac{\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III}}{2} \cos 2\alpha$$

Применительно к направлениям u, υ, z, в которых измеряются деформации, это соотношение преобразуется в следующие:

$$\varepsilon_u = \frac{\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}}{2} + \frac{\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III}}{2} \cos 2\alpha \,,$$

$$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}}{2} + \frac{\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III}}{2} \cos 2(\alpha + 45^\circ)\,,$$

$$\varepsilon_v = \frac{\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}}{2} + \frac{\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III}}{2} \cos 2(\alpha + 90^\circ)\,.$$

Решение этой системы относительно ε_{II}, ε_{III} и α дает

$$\varepsilon^{II,III} = \frac{\varepsilon_u + \varepsilon_\upsilon}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\varepsilon_u - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_\upsilon - \varepsilon_z)^2\right]},$$

$$tg\, 2\alpha = \frac{2\varepsilon_z - (\varepsilon_u + \varepsilon_\upsilon)}{\varepsilon_\upsilon - \varepsilon_u}$$

После этого находятся с помощью обобщенного закона Гука величины главных напряжений:

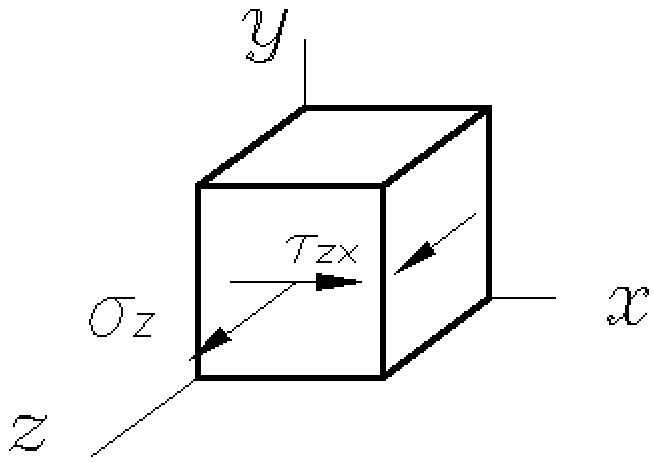
$$\sigma^{II} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon^{II} + \nu\varepsilon^{III}\right)$$

$$\sigma^{III} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon^{III} + \nu\varepsilon^{II}\right),$$

После чего присваиваем главным напряжениям индексы 1, 2, 3 так, чтобы $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$.

Анализ напряженного состояния в тонкостенной трубе при ее изгибе и кручении.

Напряженное состояние в точке А, расположенной на поверхности испытуемого стержня, показано на рисунке



Нормальные и касательные напряжения определяются по формулам:

$$\sigma_z = \sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x},$$

$$\tau_{zx} = \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_P}$$

где $M_x = Fl_I, M_K = Fa$ - изгибающий и крутящий моменты в сечении I,

$W_x = \frac{\pi D^2 h}{4}$ -момент сопротивления сечения изгибу,

$W_P = \frac{\pi D^2 h}{2}$ - момент сопротивления сечения кручению.

Главные напряжения и угол наклона главной оси к продольной оси стержня вычисляются по формулам, следующим из теории Мора для главных напряжений в площадках, перпендикулярных одной из главных (в нашем случае это свободная от напряжений поверхность, $\sigma_2 = 0$):

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{2} + \tau^2},$$

(структура этой формулы сразу показывает, что одно из определяемых по ней напряжений положительно, а другое отрицательно, что в сочетании с уже известным третьим главным напряжением, равным нулю, дает основание присвоить им индексы 1 и 3),

$$tg\, 2\beta = \frac{2\tau}{\sigma},$$

$$|\,\alpha\,| + |\,\beta\,| = 45^\circ.$$

Последнее соотношение обусловлено тем, что углы α и β отсчитываются от осей u и z (в разные стороны), угол между которыми составляет 45^o.

Порядок выполнения работы

1. Определение цены деления электронного измерителя деформаций

Установка приводится в состояние, соответствующее нагружению одним крутящим моментом (устанавливается подпятник, запрещающий вертикальное перемещение свободного конца стержня – рис. 10.3). После этого производится нагружение последовательно силами 50, 100, 150, 200 Н. При каждой нагрузке снимаются показания тензодатчиков № 1 и № 3 (расположенных вдоль осей u и v). Так как при таком нагружении осуществляется напряженное состояние чистого сдвига, средние разности отсчетов, соответствующие нагрузке 50 Н, должны быть приблизительно одинаковыми по модулю, и в качестве среднего Δn принимается среднее арифметическое из разностей отчетов по датчикам 1 и 3, взятых по модулю. Цена деления определяется по формуле

$$K_\varepsilon = \frac{\Delta\sigma(1+\nu)}{E\cdot\Delta n},$$

где $\Delta\sigma = \Delta\tau$ – среднее приращение напряжений в точке А, в направлении осей u и v, соответствующее нагрузке в 50 Н,

Δn – средняя разность отсчетов по измерителю деформаций,

E и ν – упругие постоянные материала.

Следует отметить, что на с. 11 журнала в формуле для ε_3 допущена опечатка: вместо σ_3 (в круглых скобках) там должно быть σ_2.

2. Эксперимент и обработка его результатов

Убрав подпятник, нагрузить систему силами 50, 100, 150, 200 Н (рис. 10.2). При каждой нагрузке снять показания измерителя деформации на каждом из трех тензорезисторов. (по осям u, z и v). Вычислить значения деформаций

$\varepsilon_u=K_\varepsilon\cdot\Delta n_u$, $\varepsilon_z= K_\varepsilon\cdot\Delta n_z$, $\varepsilon_v= K_\varepsilon\cdot\Delta n_v$.

Найти главные деформации ε_1 и ε_3 по соответствующим формулам; определить угол β между исходными и главными осями.

Определить главные напряжения по формулам обобщенного закона Гука.

3. Теоретические результаты

Вычислить главные напряжения и угол β по формулам теоретического расчета.

4. Сопоставление теоретических и экспериментальных результатов

Свести данные теоретического расчета и эксперимента в таблицу 5 и вычислить относительные погрешности для двух главных напряжений и угла β.