Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра РК5 «Прикладная механика»

РАБОТА № 9
ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛОСКОМ СТЕРЖНЕ БОЛЬШОЙ КРИВИЗНЫ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ РАСТЯЖЕНИИ

Цель работы: Определение напряжений в стержне большой кривизны при его внецентренном растяжении.

Характеристика лабораторной установки

Основным элементом лабораторной установки (рис. 9.1) является плоский стержень большой кривизны прямоугольного поперечного сечения. Материал стержня – сталь марки 45. Стержень имеет следующие размеры: **R_1 = 40 мм, R_2 = 120 мм, h = 80 мм, b = 10 мм, l = 200 мм**.

Стержень неподвижно закреплен на опорной плите лабораторного стенда.

Нагружение стержня осуществляется посредством винта, имеющего правую и левую резьбы. Вращением винта в том или ином направлении осуществляют внецентренное растяжение или сжатие кривого стержня.

Сила F, создаваемая винтом, определяется с помощью индикатора часового типа и тарировочной таблицы 1.

Таблица 1

Показания индикатора, мм	Сила F, н
0,21	500
0,63	1500
1,10	2500

Индикатор, установленный на кривом стержне, измеряет расхождение (при внецентренном растяжении) или сближение (при внецентренном сжатии) концов кривого стержня. Таким образом, испытуемый образец (кривой стержень) является силоизмерителем (динамометром).

На поверхность стержня в сечении В-В (рис. 9.2) наклеены тензорезисторы типа КФ5П1-10-100 (фольговые, база 10 мм, сопротивление 100 ом), необходимые для измерения деформаций и определения нормальных напряжений.

Компенсационный тензорезистор наклеен на специальную недеформируемую в процессе испытаний пластинку, расположенную вблизи рабочих тензорезисторов. Тензорезисторы подключены к электронному измерителю деформации.

Краткие теоретические сведения

Кривые стержни подразделяют на стержни малой кривизны и стержни большой кривизны. Основным критерием такого разделения является отношение высоты поперечного сечения в плоскости кривизны к радиусу кривизны геометрической оси стержня r_0. Если отношение $\frac{h_0}{r_0} \le \frac{1}{5}$, стержень считается стержнем малой кривизны, и для его расчета используется теория изгиба прямого стержня. Если отношение $\frac{h_0}{r_0} > \frac{1}{5}$, стержень считается стержнем большой кривизны, и для его расчета используется теория изгиба, специально разработанная для стержней такого типа.

Теория изгиба стержня большой кривизны, изучаемая в курсе “Сопротивление материалов”, основывается на гипотезе плоских сечений и гипотезе о “ненадавливании продольных слоев” друг на друга.

Рассмотрим чистый изгиб стержня в плоскости его кривизны. Под действием моментов М (рис. 9.3) удаленная от центра кривизны область стержня растягивается, а область, расположенная ближе к центру кривизны, сжимается (изгибающий момент М традиционно считается положительным, если он увеличивает кривизну стержня); следовательно, имеется слой, который является границей между растягиваемой и сжимаемой областями стержня. Этот слой, как известно, называется нейтральным.

Покажем, что при чистом изгибе стержня большой кривизны нейтральный слой не содержит геометрическую ось стержня. Допустим обратное - нейтральный слой содержит геометрическую ось стержня. Тогда, согласно гипотезе плоских сечений эпюра изменения длины Δl продольных слоев стержня в результате деформации будет линейной. Линейная деформация ε продольного слоя стержня

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где l - длина соответствующего слоя до деформации.

Длина слоя l кривого стержня, в отличие от прямого, зависит от расстояния этого слоя до центра кривизны, поэтому эпюра линейных деформаций имеет вид гиперболы. Следовательно, эпюра нормальных напряжений $\sigma = E \cdot \varepsilon$ будет представлена также гиперболой . Напряженное состояние в точке кривого стержня принимается на основании гипотезы о ненадавливании продольных слоев одноосным. Таким образом, принятое допущение о расположении нейтрального слоя приводит к тому, что нормальная сила $N = \int\limits_A \sigma \cdot dA$ не равна нулю, что противоречит условиям нагружения рассматриваемого стержня (здесь A - площадь поперечного сечения стержня). Условие $N = \int\limits_A \sigma \cdot dA = 0$ будет соблюдаться в том случае, если нейтральный слой сместить к центру кривизны на расстояние e для того, чтобы площади эпюры σ слева и справа от оси были равны.

Величина смещения

$$e = r_0 - r_n$$

где r_n - радиус кривизны нейтрального слоя, который определяется по формуле

$$r_n = \frac{A}{\int\limits_A \frac{dA}{r}}$$

где $A = b \cdot h$; r - расстояние от точки стержня до центра его кривизны; для прямоугольного сечения $dA = b \cdot dr$.

Таким образом,

$$r_n = \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

Так как величина e определяется разностью двух близких (особенно в случае сравнительно небольшой кривизны стержня) величин r_0 и r_n, то необходимо знать их величину с высокой точностью (4-5 значащих цифр).

Нормальное напряжение σ в точках поперечного сечения стержня, находящихся на расстоянии r от центра кривизны, определяется по формуле

$$\sigma = \frac{M}{A \cdot e} \cdot \frac{r - r_n}{r}.$$

При нагружении исследуемого стержня (рис. 9.4) в сечении B-B возникает изгибающий момент M и нормальная сила N.

Из условий равновесия

$$N = F$$

$$M = -F \cdot (r_0 + l)$$

Нормальное напряжение σ в поперечном сечении В-В равно

$$\sigma = \frac{-F \cdot (r_0 + l)}{A \cdot e} \cdot \frac{r - r_n}{r} + \frac{F}{A}$$

Решение задачи изгиба стержня большой кривизны прямоугольного поперечного сечения методами теории упругости, учитывающее взаимодействие продольных слоев, получено Х.Ф.Головиным в 1881 году.

Согласно этому решению в стержне имеет место двухосное напряженное состояние, характеризуемое напряжениями σ_r и σ_t:

$$\sigma_r = \frac{4 \cdot M}{b \cdot C} \cdot \left(\frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{r^2} \cdot \ln\frac{R_2}{R_1} + R_2^2 \cdot \ln\frac{r}{R_2} + R_1^2 \cdot \ln\frac{R_1}{r} \right);$$

$$\sigma_t = \frac{4 \cdot M}{b \cdot C} \cdot \left(-\frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{r^2} \cdot \ln\frac{R_2}{R_1} + R_2^2 \cdot \ln\frac{r}{R_2} + R_1^2 \cdot \ln\frac{R_1}{r} + R_2^2 - R_1^2 \right)$$

где $C = \left(R_2^2 - R_1^2\right)^2 - 4 \cdot R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot \left(\ln\frac{R_2}{R_1}\right)^2$.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. **Проведение эксперимента**

Подключить электронный измеритель деформаций к тензорезисторам (верхний разъем). Включить электронный измеритель деформаций в сеть электрического тока и дать ему прогреться не менее пяти минут.

Проверить работоспособность измерителя деформаций, нагрузив кривой брус посредством винта произвольной (малой) силой и наблюдая за изменением показаний прибора. Нагрузить брус силой 0,5 кН (при внецентренном растяжении вращать винт против часовой стрелки, при внецентренном сжатии по ходу часовой стрелки). Снять показания измерителя деформаций для семи тензорезисторов и записать эти показания в лабораторный журнал.

Нагрузить брус последовательно до 1,5 кН и 2,5 кН и снять показания измерителя деформаций при каждом значении силы, записывая их в лабораторный журнал.

2. **Обработка результатов эксперимента**

Подсчитать разность отсчетов Δn_i для каждого тензорезистора, соответствующую ступени нагружения $\Delta F = 1$ кН.

Вычислить среднее арифметическое разности $\overline{\Delta ni}$.

Определить приращение относительной деформации $\Delta\varepsilon_i$ для каждого тензорезистора, соответствующее ступени нагрузки $\Delta F = 1$ кН по формуле $\Delta\varepsilon_i = K_\varepsilon \cdot \Delta n_i$, где K_ε - цена деления шкалы электронного измерителя деформаций.

Вычислить приращение нормального напряжения $\Delta\sigma_i$ в каждой точке бруса, в которой наклеен тензорезистор, используя соотношение

$$\Delta\sigma_i = -\frac{\Delta F \cdot (r_0 + l)}{A \cdot e} \cdot \frac{r_i - r_n}{r_i} + \frac{\Delta F}{A}$$

(внецентренное растяжение).

Занести полученные результаты в таблицу.

3. Сопоставление экспериментальных и теоретических результатов

Для сопоставления опытных и теоретических результатов необходимо построить эпюру приращений нормальных напряжений (рис. 9.5) на основе теоретического расчета. Затем, используя экспериментальные значения приращения нормальных напряжений, нанести на рис. 9.5 экспериментальные точки. Они должны располагаться вблизи теоретической кривой.

Вычислить относительные погрешности нормальных напряжений в точках 1 и 7 согласно соотношению

$$\delta = \frac{\Delta\sigma_{экспер.} - \Delta\sigma_{теор.}}{\Delta\sigma_{экспер.}} \cdot 100\%$$