



Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра РК5 «Прикладная механика»

РАБОТА № 8 ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ПЛОСКОЙ РАМЕ

Цель работы: Определение значений напряжений, перемещений и опорных реакций в статически определимой и статически неопределимой плоской раме.

Характеристика лабораторной установки

Основным элементом лабораторной установки является плоская рама (рис.8.1), состоящая из трех жестко скрепленных между собой стержней прямоугольного поперечного сечения. Материал стержней – сталь марки 45. Рама имеет следующие размеры: $l = 300$ мм, $h = 5$ мм, $b = 30$ мм. Размер a может быть задан различным в пределах от 100 до 150 мм.

Рама установлена на двух шарнирных опорах, накладывающих на раму три связи. Конструкция опоры А позволяет наложить дополнительно горизонтальную связь, т.е. позволяет осуществить переход к статически неопределимой плоской раме. Кинематическая схема опоры А показана на рис. 8.1. Грузы, неподвижно закрепленные на винте, могут перемещаться при вращении винта вдоль его оси. Шкала S , закрепленная параллельно оси винта, указывает расположение грузов относительно их исходного положения. Момент, создаваемый грузами относительно оси вращения рычажной системы, преобразуется этой системой в горизонтальное усилие, действующее на раму в опоре А. Для измерения горизонтального перемещения опоры А используется прогибомер-индикатор часового типа, закрепленный на кронштейне.

В сечении В рамы наклеены два тензорезистора типа КФП1-10-100 (фольговые, база 10 мм, сопротивление 100 ом), которые служат для измерения деформаций в этом сечении рамы.

Тензорезисторы соединены с электронным измерителем деформаций.

Нагружение рамы осуществляется гирями.

Краткие теоретические сведения

Статически определимая плоская рама (рис. стр. 2, вверху слева).

Плоская рама состоит из трех жестко связанных между собой стержней, геометрические оси которых лежат в одной плоскости. В этой же плоскости наложены связи и действуют внешние нагрузки.

В поперечных сечениях рамы возникают изгибающий момент, поперечные и нормальные силы. Влиянием поперечных и нормальных сил на прочность и жесткость рамы пренебрегаем вследствие малости и учитываем только изгибающие моменты.

Нормальное напряжение в поперечном сечении вычисляется по формуле

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} \cdot y$$

Построим эпюру изгибающих моментов M_x и вычислим максимальное нормальное напряжение в сечении В рамы

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}; \quad W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad \sigma_{\max} = \frac{6M_x}{bh^2} = \frac{6Fa}{bh^2}.$$

Вычислим перемещения сечений А и В, используя способ Верещагина. Для этого построим эпюры изгибающих моментов от единичной нагрузки, приложенной в точках А и В соответственно в направлении перемещений. Эпюры M_x , M_{IA} и M_{IB} изображены в верхней части стр. 2 в разделе «3.1. Статически определимая плоская рама».

Горизонтальное перемещение сечения А

$$\delta_A = \frac{Fal}{EI_x}(2l - a),$$

где $I_x = \frac{bh^3}{12}$ - осевой момент инерции поперечного сечения.

Вертикальное перемещение сечения В

$$\delta_B = \frac{Fa}{2EI_x} \left(l^2 - \frac{a^2}{3} \right).$$

Статически неопределимая плоская рама.

Статически неопределимой называется такая система, усилия во всех элементах которой не могут быть определены только из уравнений статики. Разность между числом неизвестных (реакций связей и внутренних силовых факторов) и числом независимых уравнений статики называется степенью статической неопределимости.

Число связей, при которых достигается кинематическая неизменяемость системы, носит название необходимого числа связей. Всякую связь, наложенную сверх необходимых, называют дополнительной. Число дополнительных связей равно степени статической неопределимости.

Для раскрытия статической неопределимости стержневых систем широко используется метод сил, идея которого заключается в том, что заданная статически неопределимая система освобождается от дополнительных связей (как внешних так и внутренних), а их действие заменяется силами и моментами. Значения этих сил и моментов подбираются так, чтобы перемещения соответствовали тем ограничениям, которые накладываются на систему с отброшенными связями. Таким образом, при этом способе раскрытия статической неопределимости неизвестными являются силы.

Раскрытие статической неопределимости системы начинают с отбрасывания дополнительных связей. Система, освобожденная от внешних сил и дополнительных связей, называется основной. Она должна быть статически определимой и кинематически неизменяемой. Затем к основной системе нужно вместо отброшенных связей приложить неизвестные силы и моменты. В тех сечениях, где запрещены линейные перемещения, вводятся силы, где запрещены угловые перемещения, вводятся моменты. Неизвестные силовые факторы обозначаются X_i , где i - номер неизвестного. Наибольшее значение i равно степени статической неопределимости. При снятии внутренних связей прикладываются взаимные силы и моменты.

Определение неизвестных силовых факторов осуществляется при помощи канонических уравнений метода сил. Смысл этих уравнений заключается в отсутствии перемещений в направлении отброшенных дополнительных связей. Число этих уравнений равно степени статической неопределимости рассматриваемой задачи.

Для n раз статически неопределимой системы канонические уравнения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \delta_{2F} &= 0 \\ \dots & \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \delta_{nF} &= 0 \end{aligned}$$

где δ_{ij} – перемещение в направлении i -го силового фактора от действия j -го силового фактора равного 1.

Для определения δ_{ij} используется интеграл Мора или, при возможности, правило Верещагина.

Статически неопределимую плоскую раму получаем путем наложения дополнительной горизонтальной связи в сечении А (рис. стр. 2, раздел 3.2, верхний ряд слева).

Раскрытие статической неопределимости плоской рамы осуществлено методом сил.

Каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1F} = 0$$

Выбранная основная и соответствующая ей эквивалентная система, а также эпюры изгибающих моментов от заданной и единичной нагрузки показаны на стр. 2, в разделе 3.2.

Коэффициенты канонического уравнения определяем способом Верещагина

$$\delta_{11} = \frac{8}{3} \cdot \frac{l^3}{EI_x},$$

$$\delta_{1F} = \frac{Fal}{EI_x} \cdot (2l - a),$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}} = -\frac{3}{8} \frac{Fa(2l - a)}{l^2}.$$

Эпюра изгибающих моментов статически неопределимой плоской рамы имеет вид (рис. стр. 3, слева).

Максимальное нормальное напряжение в сечении В рамы равно

$$\sigma_{\max} = \frac{6Fa}{bh^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{3a}{8l} \right).$$

Подсчитаем отношение максимальных напряжений в сечении В для статически определимой и статически неопределимой рам, характеризующее влияние дополнительной связи в сечении А на напряженно-деформированное состояние:

$$\frac{\sigma_{\max \text{ ст.опр.}}}{\sigma_{\max \text{ ст.неопр.}}} = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{3a}{8l}}.$$

Отметим, что введение дополнительной связи существенно уменьшает уровень максимальных напряжений и, следовательно, дает возможность создания менее металлоемких конструкций (при прочих равных условиях).

Определим линейное вертикальное перемещение сечения В рамы по способу Верещагина. Эпюра от единичной нагрузки, приложенной в точке В, показана на стр. 3 справа.

$$\delta_B = \frac{Fa}{2EI_x} \cdot \left(\frac{l^2}{4} + \frac{3}{8}la - \frac{a^2}{3} \right).$$

Порядок выполнения работы

1. Включить электронный измеритель деформаций за несколько минут до начала эксперимента.
2. Установить грузы в исходное положение (нуль по шкале S), для чего вращать винт, на котором закреплены грузы, до совмещения риски, нанесенной на левом грузе, с нулевым делением шкалы S , что соответствует отсутствию горизонтальной связи в сечении A .
3. Проверить работоспособность прогибомеров, слегка постукивая по раме. Установить шкалы обоих индикаторов на нулевое деление.
4. Снять показания измерителя деформаций при нулевой нагрузке.
5. Нагрузить раму последовательно силой 10 Н и 20 Н, снимая и записывая показания всех приборов (прогибомеров и измерителя деформаций).
6. Разгрузить раму. Перейти к исследованию статически неопределимой рамы. Снять показания приборов при нулевой нагрузке.
7. Нагружая раму последовательно силами 10 Н и 20 Н, вращать винт с грузами, добиваясь нулевого перемещения сечения A , что контролируется исходным положением стрелки прогибомера в сечении A .
8. При обеих нагрузках снимать показания приборов, включая шкалу S компенсирующего устройства, по которой определяется горизонтальное усилие, действующее на сечение A .
9. После окончания эксперимента раму полностью разгрузить и вернуть винт грузов в исходное положение.
10. Произвести обработку результатов эксперимента в последовательности, обозначенной в журнале. Выполнить все теоретические расчеты.
11. Сравнить результаты расчета и эксперимента, вычислить погрешности.