Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра РК5 «Прикладная механика»

РАБОТА № 6

КОСОЙ ИЗГИБ СТЕРЖНЯ

Определение напряжения в точке стержня прямоугольного поперечного сечения и полного перемещения сечения при косом изгибе. Сравнение результатов эксперимента и расчета.

Характеристика лабораторной установки.

Основным элементом лабораторной установки является консольно закрепленный стержень (рис. 6.1), нагруженный вертикальной силой.

Конструкция опоры позволяет поворачивать стержень относительно его продольной оси и закреплять его в установленной позиции. Положение стержня контролируется посредством угловой шкалы, нанесенной на подвижную часть опоры стержня.

Отсчет угла φ осуществляется от вертикали. На свободном конце стержня на цилиндрическом шарнире установлена подвеска, на которую укладываются грузы при нагружении стержня. Конструкция подвески позволяет прикладывать силу только вертикального направления.

В сечении стержня I (рис. 6.2) наклеены в продольном направлении четыре тензорезистора типа ФКПА-1-100 (фольговые, с базой 10мм и сопротивлением 100 Ом).

У свободного конца стержня на опорной плите стенда установлена стойка, на которой укреплены два индикатора часового типа. Индикаторы позволяют измерить горизонтальную и вертикальную составляющие полного перемещения точки С.

Установка комплектуется электронным измерителем деформаций.

Краткие теоретические сведения.

Техническая теория косого поперечного изгиба стержня основывается на двух гипотезах: гипотезе плоских сечений и гипотезе о “ненадавливании” продольных слоев друг на друга в направлениях, перпендикулярных к ним, т.е. на тех же гипотезах, что и теория чистого прямого изгиба.

Чистым косым изгибом стержня называется такой, при котором внутренние силы в поперечном сечении стержня приводится только к изгибающему моменту, плоскость действия которого не содержит ни одну из главных центральных осей инерции поперечного сечения стержня при изгибе.

Плоскость, в которой действует изгибающий момент, обычно называется силовой. В отличие от прямого изгиба изогнутая ось стержня не лежит в силовой плоскости, т.е. деформирование стержня при косом изгибе происходит не в плоскости изгибающего момента, а в плоскости, повернутой относительно силовой на некоторый угол в сторону плоскости наименьшей жесткости стержня при изгибе.

Так как гипотеза плоских сечений справедлива, то поперечное сечение поворачивается относительно нейтральной оси, оставаясь плоским. Нейтральная линия при косом изгибе не перпендикулярна силовой плоскости.

Косой изгиб рассматривается как одновременный изгиб в двух плоскостях zx и zy, где оси x и y – главные центральные оси инерции поперечного сечения стержня. Для этого изгибающий момент M раскладывается на составляющие относительно осей x и y. Нормальное напряжение в точке поперечного сечения вычисляется как алгебраическая сумма напряжений, обусловленных моментами M_x и M_y, т. е.

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x,$$

где M_x, M_y – изгибающие моменты относительно осей x, y;

I_x, I_y – осевые моменты инерции площади поперечного сечения стержня относительно осей x, y;

x, y – координаты точки.

Наибольшие напряжения возникают в точках сечения, наиболее удаленных от нейтральной линии.

При косом изгибе полное перемещение точки определяется как

$$f = \sqrt{u^2 + \upsilon^2}\ , \qquad (2.15)$$

где u - проекция полного перемещения точки на ось x;

υ - проекция полного перемещения точки н ось y;

Рассмотрим косой изгиб стержня.

Изгибающий момент M в сечении I

$M = F \cdot l_I$.

Составляющие момента относительно главных центральных осей инерции x и y

$M_x = M \cdot \cos\varphi = F \cdot l_I \cos\varphi$

$M_y = M \cdot \sin\varphi = F \cdot l_I \sin\varphi$

Определим напряжение в точке А. Поскольку каждый из моментов M_x и M_y вызывает в этой точке наибольшие растягивающие напряжения, и так как $h=2b$

$$\sigma_A = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{Fl_1\cos\varphi}{\frac{2}{3}b^3} + \frac{Fl_1\sin\varphi}{\frac{1}{3}b^3}$$

$$\sigma_A = \frac{3}{2}\frac{F \cdot l_I}{b^3}(\cos\varphi + 2\sin\varphi).$$

При φ=45°, F=10н, l_1 =650 мм, b=12 мм

σ_A= 11,98 МПа.

Определим полное линейное перемещение точки С.

Рассмотрим консольный брус длины l, жесткости EI_x, нагруженный на свободном конце силой Р, в условиях прямого изгиба в плоскости zy.

Для определения перемещения точки К, расположенной на конце бруса, воспользуемся дифференциальным уравнением упругой линии, поместив начало координат в заделке.

$$f'' = \frac{M_x(z)}{EI_x},$$

$$M_x(z) = P(z - l),$$

$$f'' = \frac{P(z-l)}{EI_x},$$

Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение

$$f' = \frac{P}{EI_x}\left(\frac{z^2}{2} - l \cdot z\right) + C_1,$$

$$f = \frac{P}{EI_x}\left(\frac{z^3}{6} - \frac{lz^2}{2}\right) + C_1 z + C_2,$$

Граничные условия:

1. $z = 0,\ f = 0 \Rightarrow C_2 = 0$

2. $z = 0,\ f' = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

Окончательно получаем $\quad f = \dfrac{P}{2EI_x}\left(\dfrac{z^3}{3} - lz^2\right).$

Полагая $z_k = l$, получаем $\quad f_k = -\dfrac{Pl^3}{3EI_x}.$

Рассмотрим стержень, используемый в настоящей экспериментальной работе.
Проекции полного перемещения точки С на оси x и y

$$u_c = \frac{1}{3}\frac{Fl^3 \sin\varphi}{EI_y}, \qquad \upsilon_c = -\frac{1}{3}\frac{Fl^3 \cos\varphi}{EI_x}.$$

Полное перемещение точки С стержня

$$f_c = \sqrt{u_c^2 + \upsilon_c^2} = \frac{1}{3}\frac{Fl^3}{E}\sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{I_y^2} + \frac{\cos^2\varphi}{I_x^2}}.$$

Для φ=45º и $I_x=4I_y$

$$f_C = \frac{F \sin\varphi\sqrt{17}}{12EI_y} = 1{,}205\,\text{ìì} \ .$$

Порядок выполнения работы

1. Для градуировки измерителя деформации установите балку в положение прямого изгиба (φ= 0º или φ=90º). Выгоднее располагать балку так, чтобы изгиб происходил в плоскости наименьшей жесткости, тогда отсчеты будут больше, и точность выше.
2. Нагружая балку через 10 Н от 0 до 40 Н, снимите показания измерителя деформации для тензорезисторов, расположенных на верхней и нижней поверхности балки, на каждой ступени нагрузки.
3. Поверните балку вокруг оси до рабочего положения (чаще всего 45º с вертикалью).
4. Последовательно нагружая балку силами 0, 10 Н, 20 Н, 30 Н, 40 Н, снимайте при каждой нагрузке значения показаний измерителя деформаций для всех четырех тензорезисторов, а также горизонтального и вертикального индикаторов, установленных на конце балки.
5. Проведите теоретические расчеты и обработку результатов эксперимента в последовательности, указанной в журнале.
6. Сравните результаты расчета и эксперимента.