

Пользовательские функции для решения задач по общей теории напряженного состояния

$MainStress(v) := \begin{cases} \Sigma \leftarrow sort(v) \\ reverse(\Sigma) \end{cases}$ 1) Функция возвращает вектор главных напряжений, если в векторе v содержатся напряжения в произвольном порядке

$\sigma_{eqXM}(\sigma) := \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$ 2) Функция возвращает эквивалентное напряжение по энергетическому критерию (Хубера-Мизеса). - вектор главных напряжений*, **

$J_I(v) := \begin{cases} Sum \leftarrow 0 \\ for \ i \in 1..3 \\ \quad Sum \leftarrow Sum + v_i \\ Sum \end{cases}$ 3) Функция возвращает первый инвариант напряжённого состояния (фактически сумму трёх элементов вектора)*, **

$Pres(v) := \frac{1}{3} \cdot J_I(v)$ 4) Функция возвращает величину "равноосного напряжения", необходимого для определения шарового тензора напряжений. Равноосное напряжение представляет собой среднее арифметическое главных напряжений или треть первого инварианта*, **

$Dev(v) := \begin{cases} for \ i \in 1..3 \\ \quad Dev_i \leftarrow v_i - Pres(v) \\ Dev \end{cases}$ 5) Функция возвращает девиаторную часть тензора напряжений, то есть той части напряженного состояния, при которой происходит изменение лишь формы элементарного параллелепипеда*, **

Функция ищет максимумы и минимумы функции M , заданной кусочно-монотонно (например, с помощью функции Хевисайда). $Segs$ - число участков, l - вектор их длин. Возвращает следующий вектор (справа):
Удобна для функции изгибающего момента и расчета на прочность.
 s - абсолютная погрешность.

("координата минимума"
 "значение минимума"
 "координата максимума"
 "значение максимума"
 "координата наибольшего значения"
 "модуль наибольшего значения")

Примечания:

*
Для работы функции необходимо, чтобы внутренняя константа MathCAD с идентификатором ORIGIN была равно 1. Для этого можно:

1) Написать в свободном месте
ORIGIN:1

(обязательно заглавными буквами).

2) Выйти в меню Math\Options...\Built-In Variables и установить константу Array origin (ORIGIN), равной единице.

**

Тензор напряжённого состояния - тензор 3x3. Однако после приведения к главным осям в тензоре остаются отличными от нуля только элементы главной диагонали (главные напряжения). В этом случае в целях компактности их записывают в вектор из трёх элементов. Именно для такого вектора применимы данные функции.

$Strength(Segs, M, l) :=$

```

s ← 10-4
K ←  $\frac{\sum_{i=1}^{Segs} l_i}{s}$ 
for i ∈ 1..K
   $\begin{cases} Z_i \leftarrow i \cdot s \\ d_{i,1} \leftarrow Z_i \\ d_{i,2} \leftarrow M(Z_i) \end{cases}$ 
Mins ← localmin(d)
a ← csort(Mins, 2)
Min ← a1,2
zmin ← a1,1
Maxs ← localmax(d)
a ← csort(Maxs, 2)
N ← rows(a)
Max ← aN,2
zmax ← aN,1
Maxmax ←  $\max(Max, |Min|)$ 
zx ← zmin if Maxmax = |Min|
zx ← zmax if Maxmax = Max
b1 ← zmin
b1 ← 0 if b1 ≤ s
b2 ← Min
b3 ← zmax
b3 ← 0 if b3 ≤ s
b4 ← Max
b5 ← zx
b6 ← Maxmax
b

```

$$T := \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Пример. Дан тензор T , характеризующий некоторое напряжённое состояние (пример взят из задачи №3.03(б), Лихарев К. К., Сухова Н. А., "Сборник задач по сопротивлению материалов", М., Машиностроение, 1980).

$$J_I := \text{tr}(T)$$

$$J_I = 3 \quad \text{Первый инвариант напряженного состояния.}$$

$$m := \text{eigenvals}(T)$$

$$m^T = (5.596 \quad 2.042 \quad -4.638)$$

Вектор m содержит главные напряжения (собственные числа тензора T) в произвольном порядке.

$$v := \text{MainStress}(m)$$

$$v^T = (5.596 \quad 2.042 \quad -4.638)$$

Вектор v содержит главные напряжения, отсортированные по убыванию

$$\sigma_{eqXM}(v) = 9$$

Эквивалентное напряжение по критерию Хубера-Мизеса.

$$\sigma_{eqXM}(m) = 9$$

(Можно убедиться, что порядок главных напряжений не влияет на величину эквивалентного напряжения)

$$\sigma_{eqTCB} := (v_1 - v_3)$$

$$\sigma_{eqTCB} = 10.234 \quad \text{Эквивалентное напряжение по критерию Треска-Сен-Венана.}$$

$$\text{Pres}(v) = 1$$

Равноосное напряжение.

$$\text{Dev}(v) = \begin{pmatrix} 4.596 \\ 1.042 \\ -5.638 \end{pmatrix}$$

Девиаторная часть тензора в виде вектора.