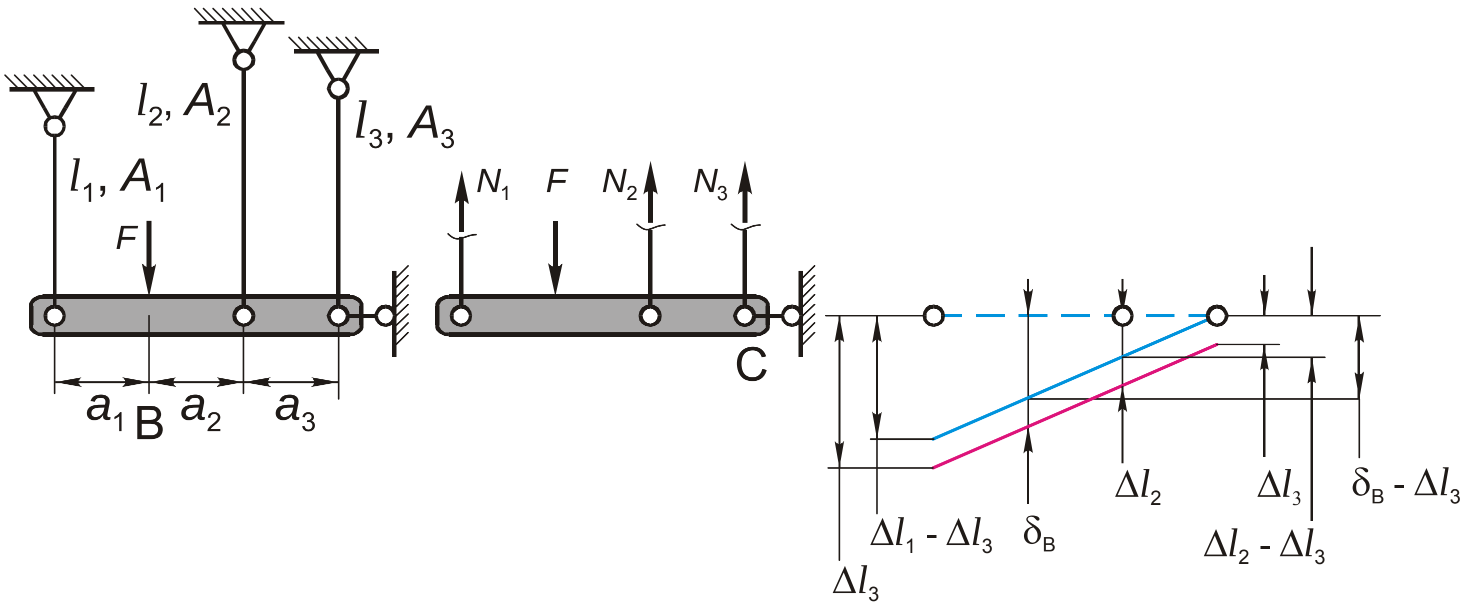

Вектор плеч:

$$a := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Вектор площадей:

$$A := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вектор длин:

$$l := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Абсолютно жёсткое тело закреплено на трёх тягах и нагружено силой. Необходимо найти: усилия в тягах, максимальное напряжение, работу внешних сил и потенциальную энергию деформации.

Длина (безразмерная величина, пропорциональная некоторой длине *l*) и площадь поперечного сечения (пропорциональная *A*) *i*-ой тяги обозначены l_i и A_i, соответственно. Расстояния между точками крепления тяг ("плечи") обозначены через a_i (пропорционально некоторой длине *a*). Исходные данные записаны в вектора, где *i*-я строка соответствует *i*-ой тяге

$F := 1$ Безразмерная сила (для наглядности)

$$N_1 - F + N_2 + N_3 = 0$$ Сумма сил на вертикаль

$$N_1 \cdot (a_1 + a_2 + a_3) - F \cdot (a_2 + a_3) + N_2 \cdot a_3 = 0$$ Сумма моментов относительно точки C

$$\frac{\Delta l_1 - \Delta l_3}{\Delta l_2 - \Delta l_3} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_3}$$ Подобие треугольников даёт уравнение совместности перемещений

$$N_1 \cdot \frac{l_1}{A_1} - N_2 \cdot \frac{l_2}{A_2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3) + N_3 \cdot \frac{l_3}{A_3} = 0$$ То же, после перехода к усилиям и приведения подобных слагаемых

$$B := \begin{bmatrix} \frac{l_1}{A_1} \cdot a_3 & -\frac{l_2}{A_2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3) & \frac{l_3}{A_3} \cdot (a_1 + a_2 \\ 1 & 1 & 1 \\ a_1 + a_2 + a_3 & a_3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$ Матрица коэффициентов

$$b := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a_2 + a_3 \end{pmatrix} \cdot F$$

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$ Вектор правых частей

$N := \mathrm{lsolve}(B, b)$ Решение системы линейных уравнений с помощью внутренней функции

$$N^T = (0.4 \quad 0.7 \quad -0.1) \cdot F$$

$$N^T \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{7}{10} & -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$$ Усилия

$$\Delta l := \overrightarrow{\left(\frac{N \cdot l}{A}\right)} \qquad \Delta l^T = (0.8 \quad 0.35 \quad -0.1)$$

$$\Delta l^T = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{7}{20} & -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$$ Удлинения

$$\sigma := \overrightarrow{\left(\frac{N}{A}\right)}$$

$$\sigma^T = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{7}{20} & -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$$ Напряжения

$$\sigma_{max} := \max(\max(\sigma), |\min(\sigma)|)$$

$$\sigma_{max} = \frac{2}{5}$$ Максимальное напряжение

$$\delta_B := (\Delta l_1 - \Delta l_3) \cdot \frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_2 + a_3} + \Delta l_3 \qquad \delta_B = 0.575$$

$$\delta_B = \frac{23}{40}$$ Перемещение точки B (точки приложения силы)

$$U := \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{3} \frac{(N_i)^2 \cdot l_i}{A_i} \qquad U = 0.288 \qquad U = \frac{23}{80}$$

Потенциальная энергия деформации

$$W := \frac{1}{2} \cdot F \cdot \delta_B \qquad W = 0.288 \qquad W = \frac{23}{80}$$

Работа внешних сил

$if(U = W, \text{"OK"}, \text{"Ошибка!"}) = \text{"OK"}$

Проверка: работа и энергия должны быть равны

$$a' := \begin{pmatrix} 0 \\ a_1 \\ a_1 + a_2 \\ a_1 + a_2 + a_3 \end{pmatrix} \qquad \Delta L := \begin{pmatrix} \Delta l_1 \\ \delta_B \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \end{pmatrix} \qquad i := 1 .. 4$$

Наглядное отображение исходного (синим) и деформированного (красным) положений абсолютно жёсткого тела