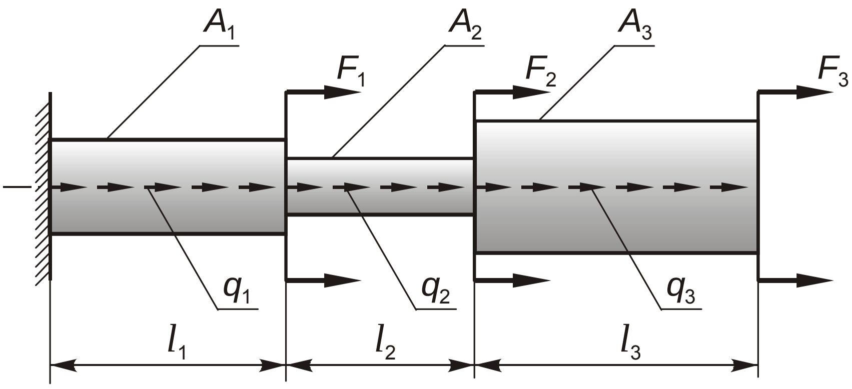


Дана колонна из *n* участков. В пределах каждого участка действует распределённая нагрузка q_i, где *i* - номер участка. На правой границе *i*-го участка приложена сосредоточенная осевая сила F_i, площадь поперечного сечения *i*-го участка обозначена через A_i, его длина - через l_i.

Построить эпюры осевой силы *N*, нормального напряжения и осевого перемещения *w*.

Исходные данные:

$q := \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $F := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $A := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $l := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Все величины заданы в безразмерном виде в векторах из *n* (по числу участков) элементов.
Распределённая нагрузка задаётся пропорционально некоторой величине *q*. Длина пропорциональна *l*, сосредоточенная сила - *ql*, площадь - *A*.
За положительные направления *F* и *q* приняты указанные на рисунке.

$n := 3$

Число участков.

$$R := \sum_{i=1}^{n} (q_i \cdot l_i) + \sum_{i=1}^{n} F_i \qquad R = -2$$

Заделка отбрасывается, а ее действие заменяется реакцией. Найти ее можно как равнодействующую всех внешних сил, действующих на колонну. Положительное направление реакции - от торца (на рисунке - влево).

$$L := \sum_{i=1}^{n} l_i \qquad L = 4$$

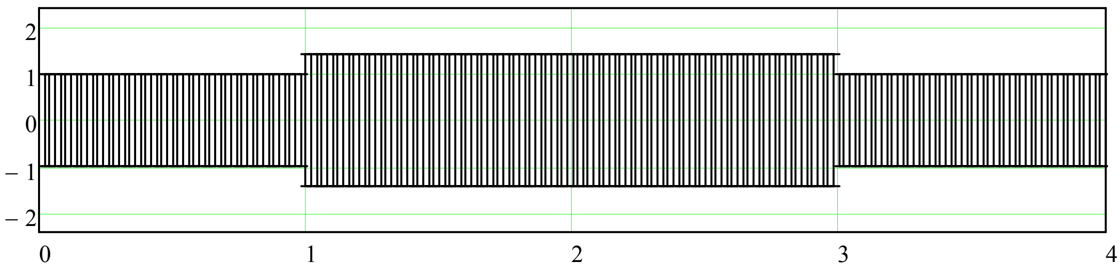
Общая длина колонны как сумма длин её участков.

$$z := 0, \frac{L}{200} .. L$$

Для построения эпюр вводится координата *z*.

$$Area(z) := \begin{vmatrix} A_1 & \text{if } z \le l_1 \\ A_2 & \text{if } l_1 \le z \le l_1 + l_2 \\ A_3 & \text{if } l_1 + l_2 \le z \end{vmatrix}$$

Функция площади поперечного сечения и наглядное изображение колонны.



$H(z) := \Phi(z)$

Переобозначение функции Хевисайда к традиционной нотации.

$$N(z) := R - q_1 \cdot z + H(z - l_1) \cdot q_1 \cdot (z - l_1) - H(z - l_1) \cdot F_1 - H(z - l_1) \cdot q_2 \cdot (z - l_1) \ldots$$
$$+ H(z - l_2 - l_1) \cdot q_2 \cdot (z - l_2 - l_1) - H(z - l_2 - l_1) \cdot F_2 - H(z - l_2 - l_1) \cdot q_3 \cdot (z - l_2 - l_1)$$

Запись функции нормальной силы через функцию Хевисайда.

$if(N(L) = F_n, \text{"OK"}, \text{"Ошибка!"}) = \text{"OK"}$

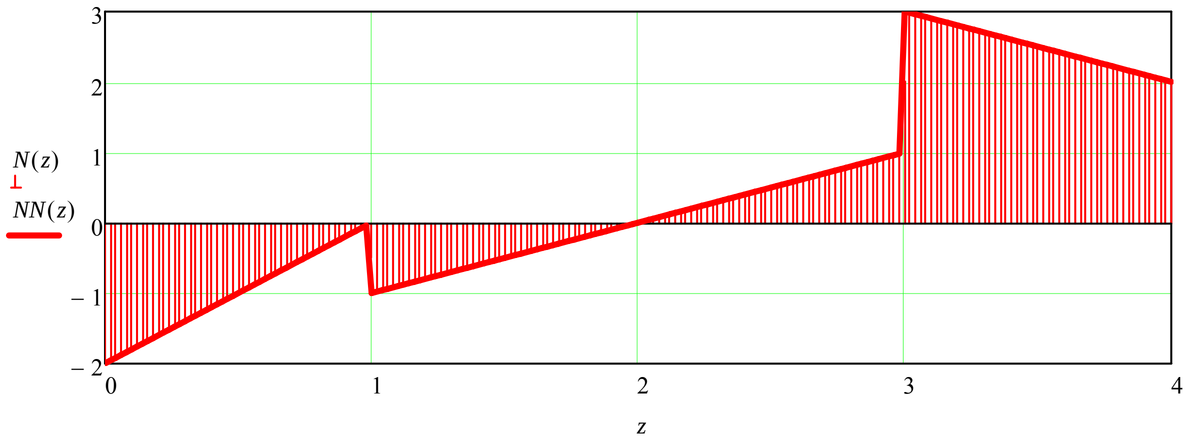
Проверка: на правом торце нормальная сила должна быть равна F_n.

$$NN(z) := \begin{cases} R - q_1 \cdot z & \text{if } z \le l_1 \\ R - q_1 \cdot z + q_1 \cdot (z - l_1) - F_1 - q_2 \cdot (z - l_1) & \text{if } l_1 \le z \le l_1 + l_2 \\ R - q_1 \cdot z + q_1 \cdot (z - l_1) - F_1 - q_2 \cdot (z - l_1) + q_2 \cdot (z - l_2 - l_1) - F_2 - q_3 \cdot (z - l_2 - l_1) & \text{if } l_1 + l_2 \le z \end{cases}$$

Функцию нормальной силы можно записать и без использования функции Хевисайда.

$$if\left(NN(L) = F_n, \text{"OK"}, \text{"Ошибка!"}\right) = \text{"OK"}$$

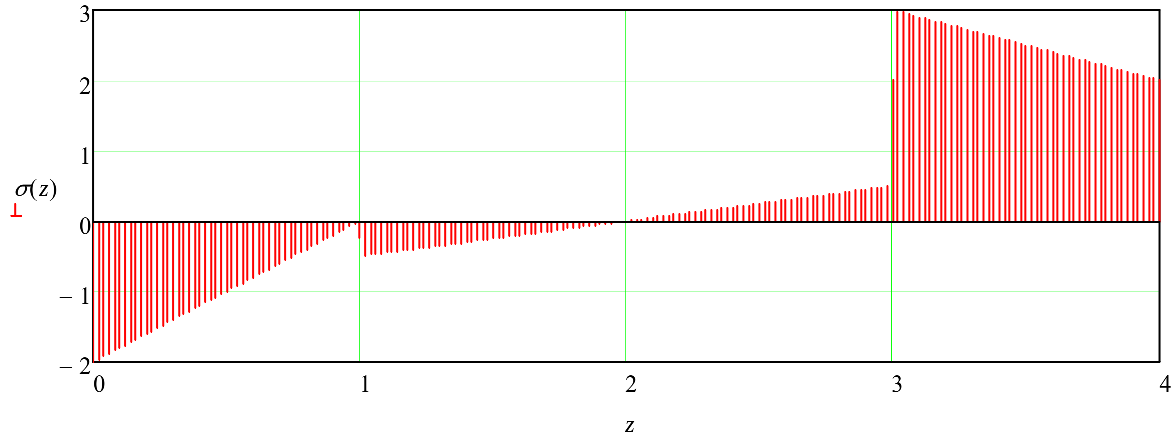
Проверка: на правом торце нормальная сила должна быть равна F_n.



Из эпюры видно, что функции совпадают.

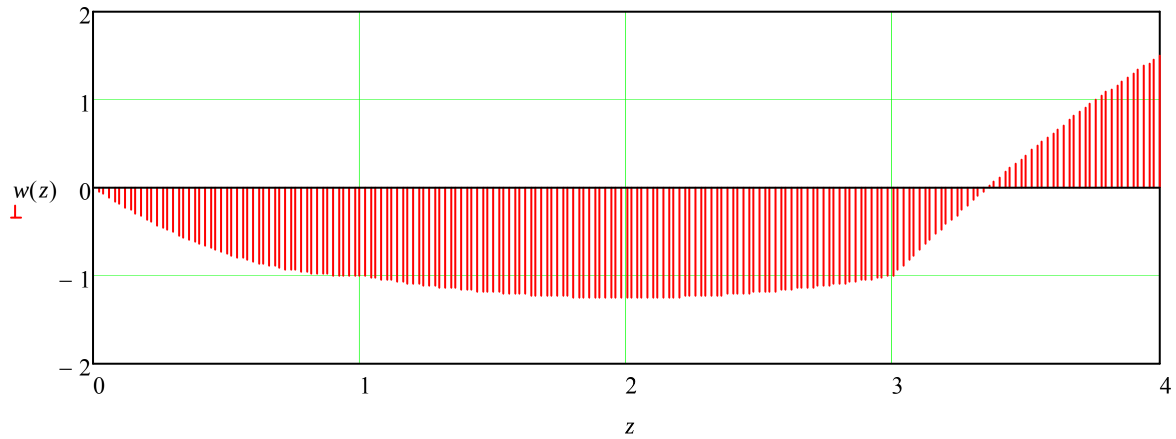
$$\sigma(z) := \frac{N(z)}{Area(z)}$$

Функция и эпюра нормального напряжения.



$$w(z) := \int_0^z \frac{N(z)}{Area(z)}\, dz$$

Функция и эпюра осевого перемещения.



$Z_1 := 0 \qquad i := 1 .. n$

$$Z_{i+1} := \sum_{j=1}^{i} l_j \qquad i := 1 .. n + 1$$

Формирование векторов координат, нормальных сил, напряжений и перемещений.

$Z_i =$, $N(Z_i) =$, $\sigma(Z_i) =$, $w(Z_i) =$

Результаты расчета в векторном виде.

Z_i	$N(Z_i)$	$\sigma(Z_i)$	$w(Z_i)$
0	-2	-2	0
1	-0.5	-0.25	-1/1
3	2	2	-1/1
4	2	2	3/2

$$w_{end} := \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{F_i \cdot l_i}{A_i} + \frac{q_i \cdot l_i \cdot l_i}{2 \cdot A_i} \right) + \sum_{i=2}^{n} \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{F_i \cdot l_j}{A_j} + \frac{q_i \cdot l_i \cdot l_j}{A_j} \right)$$

Для проверки можно найти перемещение торца по принципу суперпозиции.

$if\left(w\left(Z_{n+1}\right) = w_{end}, \text{"OK"}, \text{"Ошибка!"}\right) = \text{"OK"}$

Проверка: перемещения торца должны быть равны.